

Construção e Análise de Algoritmos

lista de exercícios 03

1. Agrupamento de duplicatas

Imagine que você tem um vetor de tamanho n , que contém elementos repetidos.

Por exemplo,

V	5	2	2	1	3	1	5	2	3	4	1	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A tarefa consiste em

→ *Agrupar todas as ocorrências dos elementos repetidos,
mantendo a ordem relativa da 1a ocorrência de cada elemento*

No exemplo acima, isso nos daria

5	5	2	2	2	2	1	1	1	3	3	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Apresente um algoritmo que realiza essa tarefa em tempo $O(n \log n)$.

E analise o tempo de execução do seu algoritmo, para justificar a sua resposta.

2. Contando intervalos invertidos

Imagine que nós temos uma coleção de intervalos disjuntos $I_j = [x_j, y_j]$

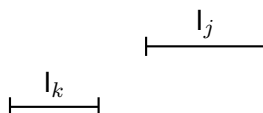
E imagine que o vetor V armazena essa informação como uma lista de pares

(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	(x_3, y_3)	$\dots$	(x_n, y_n)
--------------	--------------	--------------	---------	--------------

onde os intervalos aparecem em uma ordem qualquer.

Nós dizemos que dois intervalos I_j e I_k estão invertidos se

- $j < k$ e $y_k < x_j$



A tarefa consiste em

→ *Contar a quantidade de pares de intervalos invertidos em V*

Apresente um algoritmo que realiza essa tarefa em tempo menor que $O(n^2)$.

E analise o tempo de execução do algoritmo para justificar a sua resposta.

3. Contando pares

Imagine que você tem um vetor de inteiros V e dois números $x < y$.

Por exemplo,

V	2	7	10	5	3	8	4	9	6	1
-----	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---

$$x = 30 \quad \text{e} \quad y = 45$$

Nós dizemos que um par de elementos $V[i], V[j]$ é *interessante* se, após a remoção desses elementos do vetor (e.g., marcando eles com 0), a soma dos elementos de V está entre x e y .

No exemplo acima, a soma dos elementos de V é igual a 55.

Logo, o par 4 e 9 é interessante.

A tarefa consiste em

→ *Contar a quantidade total de pares interessantes em V*

Apresente um algoritmo que realiza essa tarefa em tempo menor que $O(n^2)$.

E analise o tempo de execução do algoritmo para justificar a sua resposta.

4. A maior soneca

Imagine que você tem uma lista com os intervalos de n compromissos que você tem ao longo do dia.

Por exemplo,

V	(16 : 30, 17 : 15)	(9 : 40, 10 : 10)	(15 : 50, 16 : 10)	...	(12 : 00, 12 : 45)
-----	--------------------	-------------------	--------------------	-----	--------------------

— (*você pode assumir que V é um vetor com pares de inteiros, se quiser*)

Como esse vai ser um dia cheio, você quer encontrar o melhor momento para tirar uma boa soneca.

Portanto, a tarefa é a seguinte

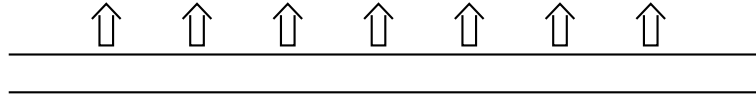
→ *Encontrar o maior periodo ao longo do dia onde não acontece nenhum compromisso*

Apresente um algoritmo que realiza essa tarefa em tempo menor que $O(n^2)$.

E analise o tempo de execução do algoritmo para justificar a sua resposta.

5. Visitando os parentes

Imagine que os seus parentes moram em uma rua muito comprida



Essa informação está armazenada em um vetor V , onde cada posição indica o local na rua onde a pessoa mora.

Por exemplo,

V	17	5	9	2	8	14	12	18	3	23
-----	----	---	---	---	---	----	----	----	---	----

Você gosta de visitar os seus parentes com muita frequência.

E a sua tarefa é

- *Calcular um lugar para você morar nessa rua,
de modo a minimizar a soma das distâncias desse lugar à casa de cada parente*

Apresente um algoritmo que resolve esse problema.

E depois analise o tempo de execução do seu algoritmo.

6. O melhor preço

Uma loja tem n itens de um produto que ela deseja vender para n clientes.

A loja tem a seguinte informação sobre os clientes

- Se o preço do produto for no máximo A_i , então o i -ésimo cliente compra o produto, e faz uma revisão positiva da loja
- Se o preço do produto for no máximo B_i , então o i -ésimo cliente compra o produto, e faz uma revisão negativa da loja
- Se o preço do produto for maior do que B_i , então o i -ésimo cliente não realiza a compra

Imagine que essas informações estão armazenadas nos vetores A e B .

A tarefa consiste em

- *Determinar o preço do produto de modo que a loja receba o maior valor possível
e obtenha no máximo k revisões negativas*

Apresente um algoritmo que resolve esse problema.

E depois analise o tempo de execução do seu algoritmo.