

Análise de complexidade

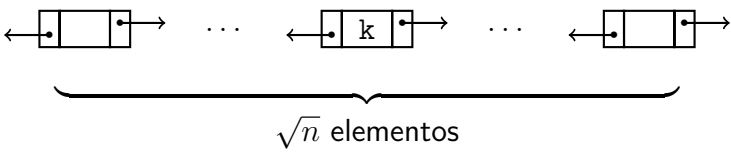
A ideia é que no início do processo, os ponteiros aleatórios nos ajudam a reduzir o intervalo da busca rapidamente.

Daí, quando o intervalo já está suficientemente pequeno, os ponteiros aleatórios já não ajudam mais.

Só que nesse momento, nós podemos utilizar os ponteiros **prox** e **ant** para alcançar o elemento que está sendo procurado.

Para tornar essa ideia mais concreta, nós vamos dizer que um intervalo é *pequeno* se ele contém no máximo $\sqrt{n}$ elementos.

Daí, a gente concentra a nossa atenção em um intervalo pequeno em torno do elemento **k**



E daí a gente pergunta: *Qual é a probabilidade de que um ponteiro aleatório aponte para um elemento dentro desse intervalo?*

Bom, o ponteiro aleatório pode apontar para qualquer um dos n elementos da lista.

E existem $\sqrt{n}$ dentro do intervalo.

Logo, a probabilidade de que o ponteiro aponte para alguém dentro do intervalo é

$$\frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Certo.

A próxima pergunta é: *Quantos ponteiros aleatórios nós precisamos examinar (em média), até encontrar um que aponte para alguém dentro do intervalo?*

Bom, a moeda que dá Cara ou Coroa com probabilidade 1/2 cada precisa ser lançada 2 vezes (em media), até que a gente obtenha o resultado Cara.

E o dado que tem probabilidade 1/6 associada a cada face precisa ser lançado 6 vezes (em média), até que a gente obtenha o número 6.

O ponteiro aleatório é como uma moeda que dá Cara com probabilidade $1/\sqrt{n}$ — (ou um dado com n faces, onde $\sqrt{n}$ delas estão marcadas com o 6 ...)

Logo, nós precisamos examinar $\sqrt{n}$ ponteiros aleatórios (em média), até encontrar um que aponte para alguém dentro do intervalo.

Mas, isso significa que nós conseguimos posicionar q_i ou q_j dentro do intervalo em tempo $O(\sqrt{n})$

— (em média)

E com mais $O(\sqrt{n})$ voltas no laço, nós conseguimos encontrar o elemento **k** — (ou descobrir que ele não está lá ...)

Portanto, a busca na lista com ponteiros aleatórios executa em tempo $O(\sqrt{n})$.

Legal, não é?