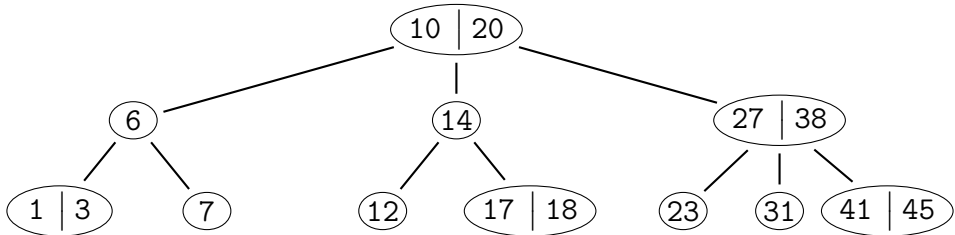


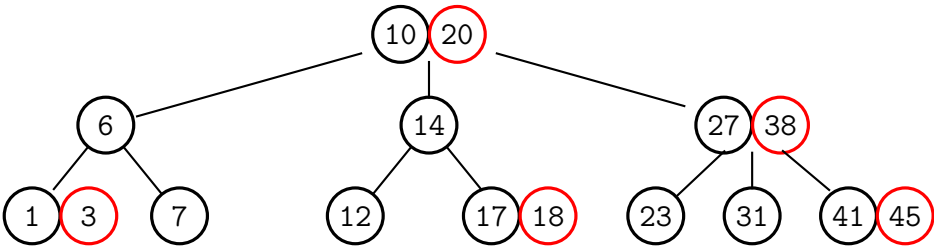
Desmontando a árvore 2-3

A esperteza consiste em desmontar a árvore 2-3.

Quer dizer, considere a árvore 2-3 abaixo

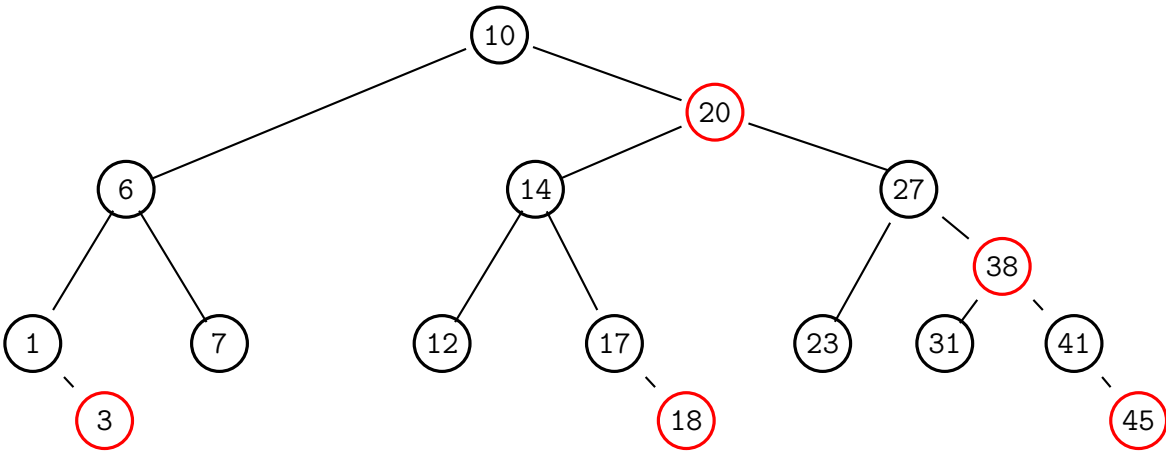


A ideia é visualizar os elementos do tipo 3 como um par de elementos



— (onde o segundo elemento do par ganha a cor vermelha)

E daí, nós empurramos os elementos vermelhos um pouquinho mais para baixo — (i.e., 1/2 nível para baixo)



Pronto, aqui nós já temos duas boas notícias

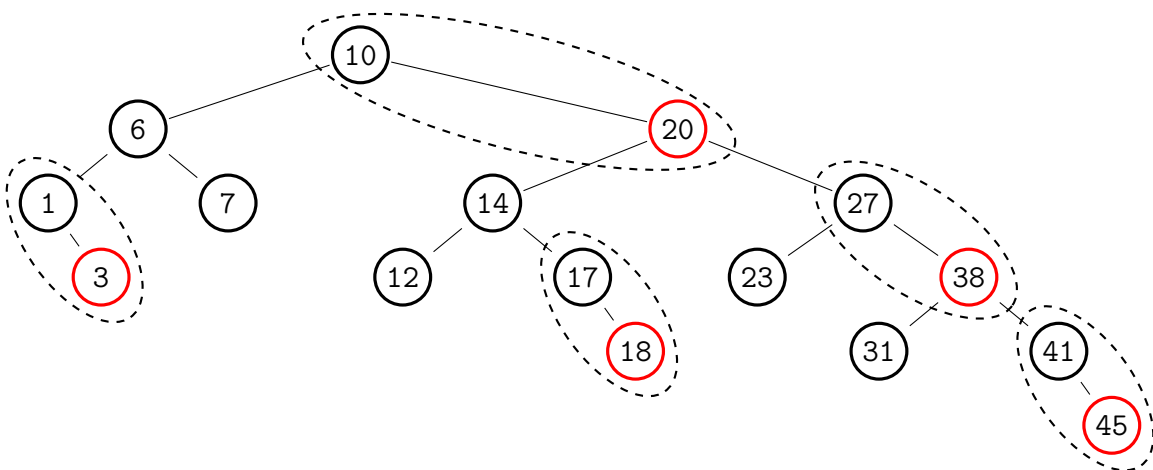
- 1. A primeira é que agora nós temos uma árvore binária de busca
- 2. E a segunda é que essa operação no máximo dobra a altura da árvore — (porque?)

Daí, como a árvore 2-3 tem altura $O(\log n)$, a nossa árvore binária também vai ter altura $O(\log n)$.

Mas, para a coisa funcionar direito, é preciso que a árvore continue assim depois das operações de inserção e remoção.

E aqui aparece a segunda esperteza.

Quer dizer, a ideia é olhar para a árvore binária tentando ver a estrutura da árvore 2-3



Fazendo isso, a gente vê o seguinte

- Os elementos vermelhos são sempre o filho direito de um elemento preto^a
- Um elemento preto que tem um filho vermelho corresponde a um elemento do tipo 3 — (na árvore 2-3)
- Um elemento preto que não tem filho vermelho corresponde a um elemento do tipo 2 — (na árvore 2-3)

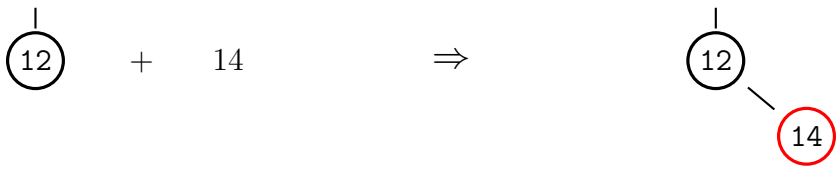
E agora a gente pode raciocinar sobre a operação de inserção.

Tudo começa com a descida até o local onde vai acontecer a inserção

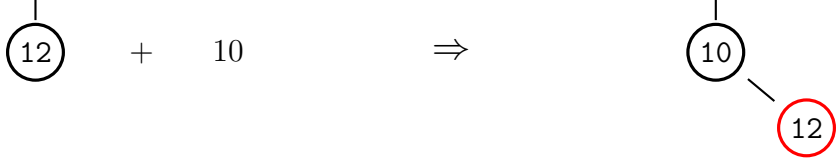
A situação mais simples de todas é o caso da folha preta



Daí, se a inserção acontece do lado direito, basta criar o filho vermelho



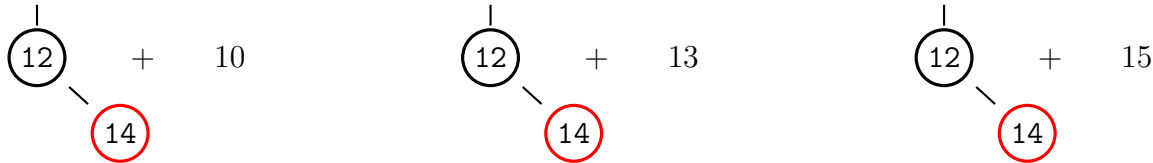
E se a inserção acontece do lado esquerdo, o novo elemento toma o lugar da folha



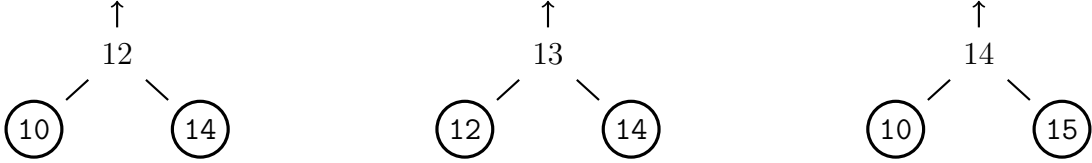
Esses dois casos correspondem à situação onde uma folha do tipo 2 vira uma folha do tipo 3 — (na árvore 2-3)

E os próximos casos correspondem à explosão da folha do tipo 3

- a inserção à esquerda de um elemento preto que tem um filho vermelho
- a inserção embaixo de uma folha vermelha



Em todos esses casos, a explosão cria dois elementos pretos, o elemento do meio sobe, e a sua cor vai ser decidida em cima



E em cima, acontece a mesma coisa outra vez.

^aO vermelho devia ser o filho esquerdo, o filho comunista, mas aqui as coisas são assim ...