

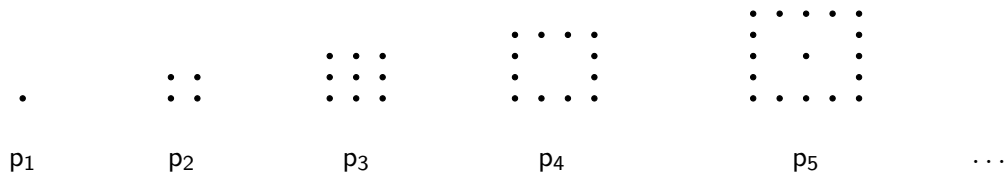
lista de exercícios 01

Calcule as somas abaixo

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1$$
$$1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 3n - 2$$
$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + \dots + 3n - 2 + 3n - 1$$
$$1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots + 3 + 2 + 1$$
$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
& & & & & & & & & 1 & & & & & & \\
& & & & & & + & 1 & + & 2 & + & 1 & & & & \\
& & & & + & 1 & + & 1 & + & 3 & + & 1 & + & 1 & & \\
& & & \dots & & \dots & & \dots & & \dots & & \dots & & \dots & & \\
& & + & 1 & + & \dots & \dots & + & n-2 & + & \dots & \dots & + & 1 & & \\
+ & 1 & + & 1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & n-1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & 1 \\
& + & 1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & 1 & + & n & + & 1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & 1 \\
& & + & 1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & n-1 & + & 1 & + & \dots & + & 1 & + & 1 \\
& & & + & 1 & + & \dots & \dots & + & n-2 & + & \dots & \dots & + & 1 & & \\
& & & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & & & & & & & \\
& & & & + & 1 & + & 1 & + & 3 & + & 1 & + & 1 & & \\
& & & & & + & 1 & + & 2 & + & 1 & & & & & \\
& & & & & & & + & 1 & & & & & & &
\end{array}$$

3. Contando pontinhos

Considere a sequência de figuras abaixo



É bem fácil ver que

$$p_1 = 1 \quad p_2 = 4 \quad p_3 = 9 \quad p_4 = 12 \quad p_5 = 17$$

a) Quanto vale p_n ?

Dica: Considere o caso par e o caso ímpar em separado.

E depois olhe para os números — (*calcule mais alguns para ver o padrão*)

Ou então desmonte os quadrados.

b) E quanto vale essa soma

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_{2n} \quad ?$$

4. Brincando com PGs

Calcule as somas abaixo

a. Potências pares

$$2^0 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2n}$$

Dica: Não calcule a soma.

b. Potências ímpares

$$2^1 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2n-1}$$

Dica: Não calcule essa também.

c. Pulando de 3 em 3

$$2^1 + 2^4 + 2^7 + 2^{10} + \dots + 2^{3n+1}$$

d. Pulando as múltiplas de 3

$$2^1 + 2^2 + 2^4 + 2^5 + 2^7 + 2^8 + \dots + 2^{3n-2} + 2^{3n-1}$$

e. Soma alternada

$$1 - 2 + 2^2 - 2^3 + 2^4 - \dots - 2^{2n-1} + 2^{2n}$$

5. Mais somas

Calcule as somas abaixo

a. Soma de potências de 3

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^4 + \dots + n \cdot 3^n$$

b. Soma de potências ímpares

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3^5 + 4 \cdot 3^7 + \dots + n \cdot 3^{2n-1}$$

c. Soma de termos ímpares

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3^5 + 7 \cdot 3^7 + \dots + (2n-1) \cdot 3^{2n-1}$$

d. Soma alternada

$$1 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^4 + \dots - 2n \cdot 3^{2n} + (2n+1) \cdot 3^{2n+1}$$

e. Soma com coeficientes quadrados

$$1^2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 3^3 + 4^2 \cdot 3^4 + \dots + n^2 \cdot 3^n$$

6. Qual é o padrão?

Identifique o padrão, encontre o n -ésimo termo, e depois calcule a soma.

a. Quebra-cabeça 1

$$2 + 6 + 18 + 54 + \dots + \textcircled{?}$$

b. Quebra-cabeça 2

$$2 + 6 + 12 + 36 + 72 + 216 + \dots + \textcircled{?}$$

c. Quebra-cabeça 3

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + \dots + \textcircled{?}$$

Dica: Essa soma não é muito fácil ...

7. Os números de Fibonacci

Um dia em que não tinha nada melhor para fazer, Leonardo Fibonacci inventou a seguinte família de números

$$F_0 = 0 \qquad F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Quer dizer, a partir dos dois primeiros, a gente usa a fórmula para obter os seguintes

- $F_2 = F_1 + F_0 = 1$
- $F_3 = F_2 + F_1 = 2$
- $F_4 = F_3 + F_2 = 3$
- $F_5 = F_4 + F_3 = 5$
- e por aí vai ...

Agora, o mais legal é que os números de Fibonacci são ótimos para fazer contas

Calcule as somas abaixo para ver isso.

a. Soma dos termos ímpares

$$F_1 + F_3 + F_5 + F_7 + \dots + F_{2n-1}$$

Dica: Use o truque do peteleco.

b. Soma dos termos pares

$$F_0 + F_2 + F_4 + F_6 + \dots + F_{2n}$$

Dica: Use o truque do peteleco.

c. Soma dos números de Fibonacci

$$F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n$$

d. Soma dos termos múltiplos de 3

$$F_0 + F_3 + F_6 + F_9 + \dots + F_{3n}$$