

O truque mais velho outra vez

Considere a soma

$$8 + 11 + 14 + \dots + 68 + 71 + 74$$

E vamos aplicar o mesmo truque outra vez

$$\begin{array}{ccccccccccc} 8 & + & 11 & + & 14 & + & \dots & + & 68 & + & 71 & + & 74 \\ 74 & + & 71 & + & 68 & + & \dots & + & 14 & + & 11 & + & 8 \\ \hline 82 & + & 82 & + & 82 & + & \dots & + & 82 & + & 82 & + & 82 \end{array}$$

Quer dizer, a coisa deu certo outra vez — (*porque?*)

Mas para saber quanto é isso, é preciso descobrir quantas parcelas nós temos aqui.

Bom, o padrão dessa soma é que os números vão pulando de 3 em 3

$$8 \overset{3}{\curvearrowright} 11 \overset{3}{\curvearrowright} 14 + \dots + 68 \overset{3}{\curvearrowright} 71 \overset{3}{\curvearrowright} 74$$

Daí que, a gente pode reescrever o começo da soma assim

$$8 + (8 + 3) + (8 + 2 \cdot 3) + (8 + 3 \cdot 3) + \dots$$

E isso significa que o último termo tem a forma

$$74 = 8 + k \cdot 3$$

Ora, essa é uma equação bem fácil de resolver.

E fazendo a conta, a gente descobre que $k = 22$.

Quer dizer, a nossa soma é a seguinte

$$8 + (8 + 3) + (8 + 2 \cdot 3) + \dots + (8 + 22 \cdot 3)$$

Agora, já não é difícil ver que a soma tem 23 parcelas.

Logo a nossa soma vale

$$\frac{82 \times 23}{2} = 943$$

Legal, não é?