

## Desmontando o quadrado

Nós vamos começar a aula de hoje com a seguinte pergunta.

- *O que é o  $4^2$  ?*

Algumas pessoas gostam de responder essa pergunta assim: “*isso é 16*”.

Sim, é verdade ...

Mas assim, nós só tiramos a coisa de uma caixa para colocá-la dentro de outra caixa.

Para ver realmente o que é o  $4^2$ , nós fazemos o seguinte

$$4^2 = 4 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 = \begin{array}{l} 1 + 1 + 1 + 1 \\ 1 + 1 + 1 + 1 \\ 1 + 1 + 1 + 1 \\ 1 + 1 + 1 + 1 \end{array}$$

Sim! o  $4^2$  é um quadrado — (*como todo mundo sabe ...*)

E agora que nós vimos que  $4^2$  é um quadrado, nós podemos fazer algumas coisas legais com ele.

Por exemplo, nós podemos ver que dentro desse quadrado tem um outro quadrado

$$4^2 = \begin{array}{c} 1+1+1+1 \\ \boxed{1+1+1}+1 \\ \boxed{1+1+1}+1 \\ \boxed{1+1+1}+1 \\ 3^2 \end{array}$$

E daí, claro, dentro desse outro quadrado nós podemos encontrar mais um quadrado

— (*e assim por diante ...*)

Quer dizer, um quadrado é como uma cebola.

E a gente pode ir descascando essa cebola até que não sobre mais nada.

— (porque uma cebola não tem caroço ...)

Daí, prestando atenção nas cascas que a gente foi tirando, nós descobrimos mais uma coisa legal

$$\begin{array}{c}
 4^2 = \overline{\overline{\overline{1+1+1+1}} \overline{1+1+1} + 1} \\
 \overline{\overline{1+1+1+1} \overline{1+1+1} + 1} \\
 \overline{1+1+1+1} \overline{1+1+1} + 1 \\
 1+1+1+1 \quad 1+1+1 \quad 1 \\
 \swarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\
 1 \quad + \quad 3 \quad + \quad 5 \quad + \quad 7
 \end{array}$$

Sim! um quadrado é uma soma de números ímpares.

— (Você consegue ver que isso também vale para  $5^2$  e  $6^2$  — e para os outros quadrados também?)

Mas, e agora?

Bom, muitas coisas!

Uma delas é que a soma de números ímpares é um triângulo

$\begin{array}{ccccccc} 1 & \rightarrow & & & & & \\ 3 & \rightarrow & & & & & \\ 5 & \rightarrow & & & & & \\ 7 & \rightarrow & & & & & \end{array}$

Quer dizer, agora nós acabamos de descobrir que todo quadrado é um triângulo também.

Legal!

*Mas, e esse triângulo, o que é?*

Ah, isso depende de como você olha ...

Porque se você olha de um jeito diferente, vai parecer que ele é outra coisa.

$\bullet$   
 $\bullet \quad \bullet \quad \bullet$   
 $\bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$   
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$

Pronto.

Agora nós descobrimos que um quadrado também é uma escadinha que sobe e desce

$$4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1$$

— (*E isso também vale para qualquer outro quadrado — você consegue ver?*)

Na verdade, já dava pra ver que um quadrado é uma escadinha olhando desse jeito aqui