

O truque do peteleco

Nem todo mundo gosta dos truques que nós acabamos de ver.

Mas, existe uma outra maneira de fazer as coisas.

Quer dizer, a gente pode considerar a versão finita da soma.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$$

E daí, a gente aplica o truque do peteleco

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{1}{2} & + & \frac{1}{4} & + & \frac{1}{8} & + & \frac{1}{16} & + & \frac{1}{32} \\ & & & & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{16}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{32}} \\ & & & & \dots & \frac{1}{8} & & & \end{array}$$

o que nos dá a resposta

$$1 - \frac{1}{32}$$

Agora, já não é difícil adivinhar que a soma

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{1024}$$

vai dar o resultado

$$1 - \frac{1}{1024}$$

E que em geral, a soma com n termos vale

$$1 - \frac{1}{2^n}$$

Quer dizer, o resultado é sempre 1 menos uma coisa bem pequenininha.

Daí que, a gente pode dizer que a soma infinita vale

$$1 - \frac{1}{2^\infty}$$

o que é igual a $1 - (\textit{porque?})$