

Desmontando outras coisas

Mas, o 1 não é a única coisa que a gente pode desmontar.

Quer dizer, a gente pode desmontar qualquer coisa ...

Por exemplo, todo mundo sabe que

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Daí, a gente reescreve a coisa assim

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

e depois assim

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

E aqui já tem uma coisa engraçada.

Quer dizer, essa equação está nos dando uma regra para desmontar o $1/3$.

Mas, o $1/3$ aparece dentro da própria regra.

Daí que, a gente pode reescrever o $1/3$ que aparece na regra usando a própria regra.

A coisa fica assim

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{3}\end{aligned}$$

E daí, claro, como o $1/3$ apareceu outra vez, a gente pode fazer a mesma coisa outra vez

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^3} \cdot \frac{1}{3}\end{aligned}$$

E continuando assim até o infinito, nós chegamos a

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \dots$$

Legal, não é?