

A regra do 6

Todas as regras de divisibilidade usam essa mesma lógica.

Por exemplo, a regra do 2 diz que a gente só precisa olhar para o último dígito

1 8 9 7 5 2
 ↑
Porque?

Bom, porque as caixinhas do 10, 100, 1000, etc sempre podem ser decompostas em grupinhos de 2

— (*sem nunca sobrar nada ...*)

Daí que, só resta saber se o último dígito pode ser decomposto em grupinhos de 2 ou não.

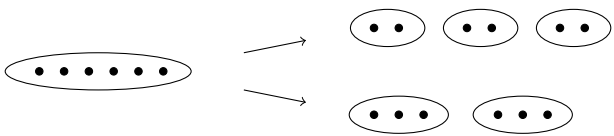
A regra do 5 também é assim.

Mas, a regra do 6 é um pouco diferente

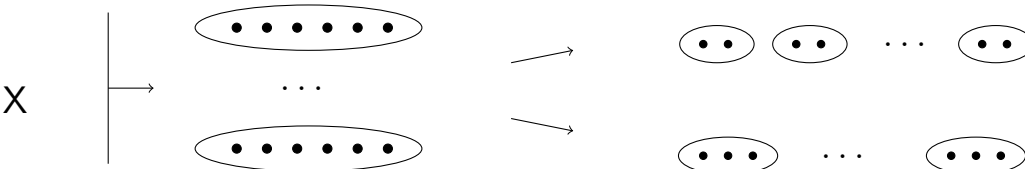
→ Um número é divisível por 6 se ele for divisível por 2 e por 3

Hmm, o que está acontecendo aqui?

Bom, a gente pode começar observando que um grupinho de 6 pode ser desmontado tanto em grupinhos de 2 como em grupinhos de 3



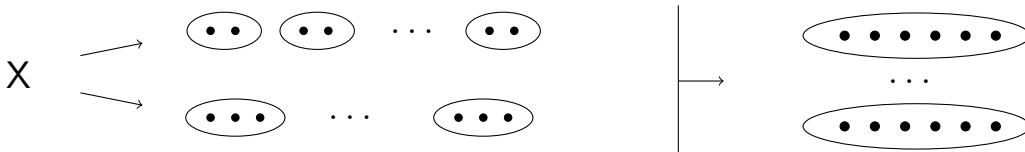
Daí que, se um número for divisível por 6, então ele também vai ser divisível por 2 e por 3



Sim, isso é verdade.

Mas, o que a regra está dizendo é o contrário.

Quer dizer, a regra diz que se o número pode ser decomposto em grupinhos de 2, e também pode ser decomposto em grupinhos de 3, então ele pode ser decomposto em grupinhos de 6



Certo.

Mas, porque será que isso é verdade?

Bom, aqui nós vamos precisar de uma pequena esperteza.

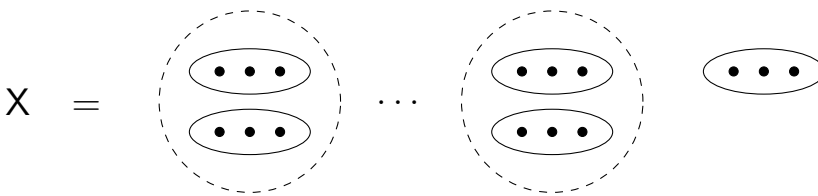
Quer dizer, a esperteza consiste em perguntar

- *Quantos grupinhos de 3 existem na decomposição de X: uma quantidade par ou ímpar ?*

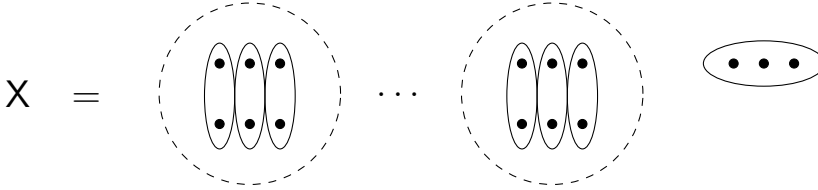
O que você acha?

Bom, vamos examinar primeiro o palpite de que a quantidade é ímpar.

Quer dizer, se a quantidade é ímpar, então ao decompor a coleção de grupinhos de 3 em grupos com dois grupinhos cada, vai sempre sobrar um grupinho



Mas, um grupo que tem dois grupinhos de 3 dentro pode ser reorganizado como três grupinhos de 2



Daí que, se a gente decompor o X em grupinhos de 2, vai acabar sobrando 1.

Só que isso não é verdade!

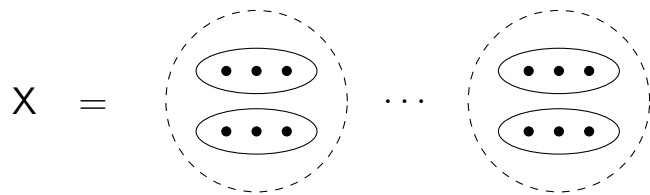
Quer dizer, desde o início a gente já sabia que o X pode ser decomposto em grupinhos de 2



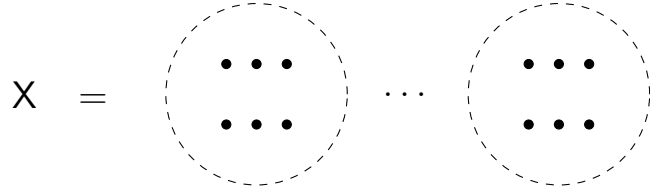
Logo, a quantidade de grupinhos de 3 não pode ser ímpar.

E se ela não pode ser ímpar, então ela tem que ser par.

Mas se ela é par, então não sobra nada quando a gente organiza os grupinhos de 3 em grupos de 2



E daí, esquecendo os grupinhos de 3



a gente vê que X é divisível por 6.

Não é legal?