

Matemática Discreta

lista de exercícios 06

1. Manipulando a divisibilidade

Argumente que

- a) $2 \cdot 3^{3n} - 1$ é sempre divisível por 7
- b) $3^{4n} - 1$ é sempre divisível por 80

2. Complicando um pouquinho as coisas

Argumente que

- a) $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ é sempre divisível por 7
- b) $3^n + 7^n - 2$ é sempre divisível por 8
- c) $5^{n+1} + 2 \cdot 3^n + 1$ é sempre divisível por 8

3. Complicando as coisas um pouquinho mais

Argumente que

- a) $5^{n+1} + 2 \cdot 3^n + 1$ é sempre divisível por 8
- b) $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ é sempre divisível por 17
- c) $4 \cdot 47^{4n} + 3 \cdot 17^{4n} - 7$ é sempre divisível por 15
- d) $4^{n+1} + 5^{2n-1}$ é sempre divisível por 21
- e) $6^{n+1} + 7^{2n-1}$ é sempre divisível por 43

4. Será?

O que você pode dizer sobre a pergunta

- *Será que $2^{2^n-1} - 1$ é sempre um número primo ?*

5. Desafio do pentágono

Um dia em que não se tem nada melhor pra fazer, alguém pensa no seguinte

$$\rightarrow 5^n - 3^n - 2^n \text{ é sempre divisível por 6}$$

Será?

Você consegue mostrar que isso é verdade?

6. Empilhando potências

Argumente que $2^{2^{n+1}} + 3$ é sempre divisível por 7.

Dica: Lembre que $2^{2^n} - 1$ é divisível por 3.

7. Desafio do 19

Abrindo um livro de matemática discreta, a gente encontra o seguinte

→ *Os números abaixo são todos divisíveis por 19*

12008, 120308, 1203308, 12033308, 120333308, ...

Será?

Você consegue mostrar que isso é verdade?

8. Outro desafio do 19

Um pouco mais abaixo no mesmo livro, a gente encontra o seguinte

→ $2^{2^n} + 3^{2^n} + 5^{2^n}$ é sempre divisível por 19

Será?

Você consegue mostrar que isso é verdade?