

o que é o 0,333...?

Hoje nós vamos começar com a seguinte pergunta

- *O que é 0,333... ?*

Bom, muita gente gosta de responder assim: *Isso é uma dízima periódica.*

Mas daí, a gente nota que ‘*dízima*’ é a mesma coisa que ‘decimal’ — (*ou quase ...*)

E também nota que ‘*periódico*’ é a mesma coisa que ‘repetitivo’ — (*ou quase ...*)

Assim, a gente descobre que o 0,333... é um número decimal repetitivo.

E daí, porque ele é repetitivo, a gente pode desmontá-lo assim

$$0,3 \quad + \quad 0,03 \quad + \quad 0,003 \quad + \quad 0,0003 \quad + \quad \dots$$

e depois reescreve-lo assim

$$\frac{3}{10} \quad + \quad \frac{3}{100} \quad + \quad \frac{3}{1000} \quad + \quad \frac{3}{10000} \quad + \quad \dots$$

Sim, o nosso número é uma soma de PG!

E isso é uma coisa que a gente já sabe calcular.

Quer dizer, chamando a soma de S

$$S \quad = \quad \frac{3}{10} \quad + \quad \frac{3}{100} \quad + \quad \frac{3}{1000} \quad + \quad \frac{3}{10000} \quad + \quad \dots$$

a gente pode reescrever a coisa assim

$$S \quad = \quad \frac{3}{10} \quad + \quad \frac{1}{10} \cdot \underbrace{\left(\frac{3}{10} \quad + \quad \frac{3}{100} \quad + \quad \frac{3}{1000} \quad + \quad \dots \right)}_S$$

Daí, reconhecendo a soma S dentro dos parênteses, a gente reescreve assim

$$S \quad = \quad \frac{3}{10} \quad + \quad \frac{1}{10} \cdot S$$

e depois assim

$$10 \cdot S \quad - \quad S \quad = \quad 3$$

E daí, é bem fácil chegar a

$$S \quad = \quad \frac{1}{3}$$