

A soma dos ímpares

Considere a soma abaixo

1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1)

Essa soma também tem um padrão repetitivo bem simples (+2).

Daí, explorando esse padrão repetitivo, você pode resolver a soma assim

1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2

Mas alguém pode perguntar

- Quem garante que isso está certo?

Bom, daí você pode responder

Olha aqui:

- Para n = 1, a coisa dá certo

1 = 1^2

- Para n = 2, a coisa também dá certo

1 + 3 = 4 = 2^2

- Para n = 3, a coisa também dá certo

1 + 3 + 5 = 9 = 3^2

Mas agora, a pessoa pode perguntar

- Será que vai continuar assim pra sempre?

Então você responde

Vai! porque vale para qualquer coisa (k)

- Imagine que a fórmula vale até o k

1 + 3 + 5 + 7 + ... + k = k^2

- Agora considere a soma que vai até o k + 1

1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2k - 1) + (2k + 1)

- Daí, a gente nota que a soma até k aparece aí dentro

1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2k - 1) + (2k + 1)

k^2

- Logo, a gente pode calcular a soma assim

k^2 + 2k + 1

- Mas já é bem fácil ver que isso é igual a

(k + 1)^2

- E agora a gente observa que isso é a fórmula para k + 1

Entendi ...