

A operação de complemento

Imagine que nós colocamos todas as palavras que podem ser formadas com as letras **a** e **b** dentro de um saquinho.

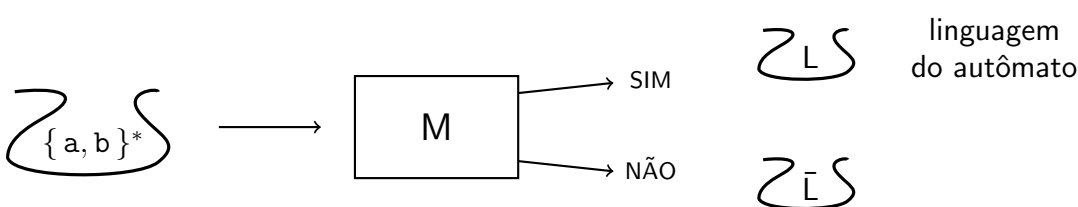
Isso é uma quantidade infinita de palavras, mas não importa

$\{a, b\}^*$

Daí, imagine que nós fornecemos todas essas palavras como entrada para o autômato.

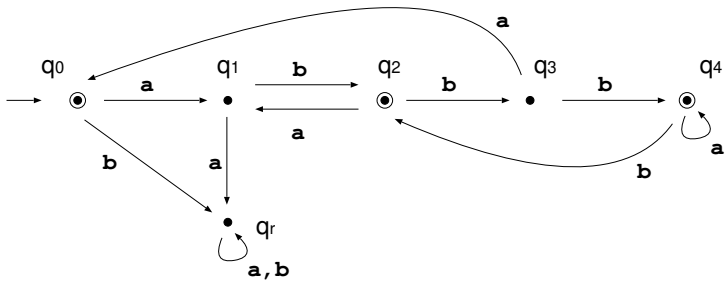
E separamos do outro lado aquelas que dão a resposta **SIM** daquelas que dão a resposta **NÃO**.

A linguagem do autômato é o subconjunto de palavras que dão a resposta **SIM**



Mas, vejamos um exemplo concreto.

Considere o autômato abaixo



Esse autômato é um tanto complicado.

Mas nesse momento não interessa saber exatamente o que ele faz.

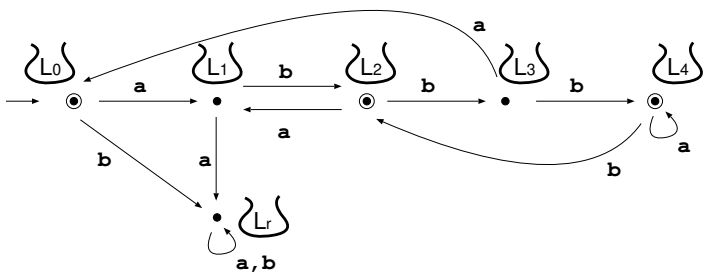
Só o que importa é que ele aceita qualquer palavra que faça a computação terminar em **q0**, **q2** ou **q4** — (i.e., os estados finais)

Essa observação já é suficiente para concluir que a linguagem do autômato pode ser decomposta assim

$L = L_0 \cup L_2 \cup L_4$

onde **L0**, **L2** e **L4** são os subconjuntos de palavras que levam o autômato do estado inicial **q0** para os estados **q0**, **q2** e **q4**, respectivamente.

Quer dizer, a ideia aqui é que cada estado **qj** do autômato está associado a uma pequena linguagem **Lj**

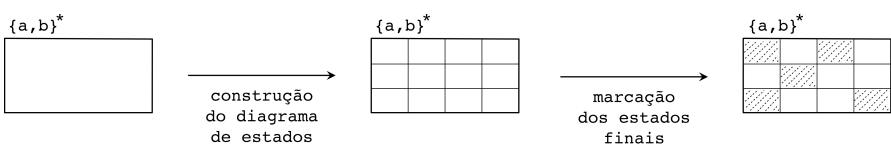


Daí que, na prática, ao marcar os estados finais do autômato, nós estamos selecionando algumas dessas pequenas linguagens para formar a linguagem **L** do autômato.

Em outras palavras, a construção de um autômato pode ser vista como um processo de duas etapas

- 1. a construção do diagrama, que particiona o universo de todas as palavras **{a, b}*** em uma coleção de pequenas linguagens
- 2. a marcação de estados finais, que define a linguagem reconhecida pelo autômato

A figura abaixo ilustra essa ideia.

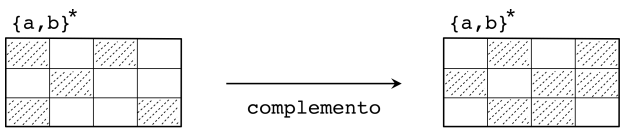


Essa observação já dá o primeiro resultado da aula de hoje

Corolário: Suponha que o autômato **M** reconhece a linguagem **L**.

Então, para obter um autômato que reconhece o complemento **L̄**, basta inverter os estados finais e não finais de **M**.

Prova:



□

A gente já sabia disso.

Mas será que existe alguma coisa parecida para as expressões regulares ?

A resposta é: Não que eu saiba ...

Quer dizer, imagine que nós queremos descobrir o complemento de uma expressão regular.

Por exemplo,

$L = (aba \cup ab)^* \Rightarrow \bar{L} = ?$

O ponto é que não existe nenhuma regra simples que produz a expressão regular de **L̄** a partir da expressão regular de **L** — (até onde eu saiba ...)

Mas isso não significa que essa expressão não existe.

Quer dizer, aplicando os métodos sistemáticos das aulas 07, 08 e 09, nós podemos fazer o seguinte

$(aba \cup ab)^* \xRightarrow{08} M_1 \xRightarrow{09} M_2 \xRightarrow{07} \text{expressão regular para } \bar{L}$

Fazendo isso, nós obtemos a seguinte expressão regular

$a(b(ab)^*aa)^*(e \cup (a \cup b(ab)^*b)(a \cup b)^*) \cup b(a \cup b)^*$

Legal, não é?