

O autômato mínimo

Sim, é legal.

Mas quem garante que esse método produz o menor autômato possível?

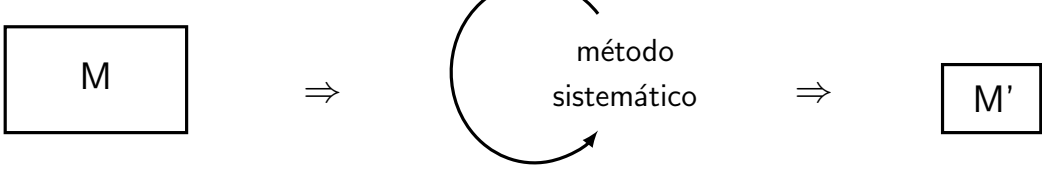
— (que aceita o mesmo conjunto de palavras)

Hmm ...

Agora a gente precisa raciocinar um pouquinho.

Quer dizer, imagine que a gente tinha um autômato M .

Imagine que a gente aplicou o método sistemático da Seção 5 para obter o autômato M'



E imagine que M' tem n estados.

Agora suponha que M^* é um autômato qualquer com menos do que n estados.

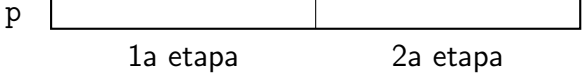
Bom, a ideia é que M^* não pode aceitar o mesmo conjunto de palavras que o autômato M' .

E para demonstrar isso, nós vamos encontrar uma palavra p que M' aceita e M^* rejeita, ou vice-versa.

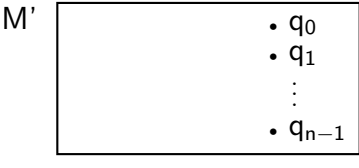
Certo.

Nós vamos fazer o raciocínio em 2 etapas.

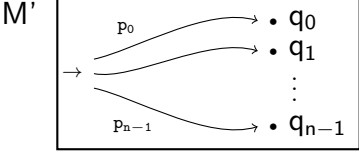
E a ideia é que cada etapa vai encontrar uma parte da palavra p



A primeira etapa coloca em foco os k estados do autômato M'

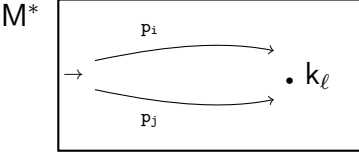


E daí, nós encontramos n palavras $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$ que levam o autômato M' do estado inicial a cada um desses estados



O próximo passo é fornecer as palavras $p_0, p_1, \dots, p_{n-1}$ como entrada para o autômato M^* .

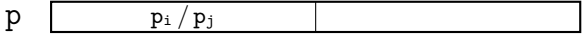
E daí, como M^* tem menos do que k estados, certamente existem palavras p_i e p_j que levam M^* para o mesmo estado



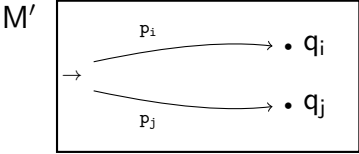
Pronto.

A primeira etapa acaba aqui.

E p_i ou p_j vão nos dar a primeira parte da palavra p



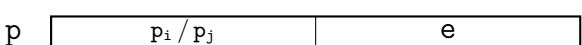
A segunda etapa coloca em foco os estados q_i e q_j do autômato M' , que foram alcançados pelas palavras p_i e p_j



E o caso mais simples acontece quando q_i é um estado final, e q_j é um estado não final

— (ou vice-versa)

Nesse caso, a segunda parte da palavra p é a palavra vazia e



Quer dizer, imagine que o autômato M' recebe a palavra $(p_i e)$ como entrada.

Nesse caso, a computação termina no estado q_i , e o autômato responde SIM.

Agora imagine que o autômato M' recebe a palavra $(p_j e)$ como entrada.

Nesse caso, a computação termina no estado q_j , e o autômato responde NÃO.

O ponto importante aqui é que o autômato M' dá respostas diferentes para as palavras $(p_i e)$ e $(p_j e)$.

Agora imagine que as palavras $(p_i e)$ e $(p_j e)$ são fornecidas como entrada para o autômato M^* .

Então, nos dois casos a computação termina no estado k_ℓ .

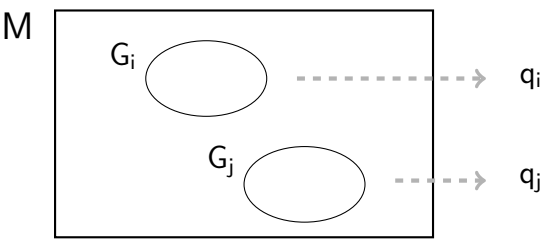
E isso significa que o autômato M^* dá a mesma resposta para as palavras $(p_i e)$ e $(p_j e)$.

Portanto, o autômato M^* não aceita exatamente o mesmo conjunto de palavras que o autômato M' .

Legal.

Agora imagine que q_i e q_j são estado do mesmo tipo — (i.e., ambos finais ou ambos não-finais)

Daí, a gente observa que q_i e q_j correspondem a dois grupos diferentes de estados do autômato original M , calculados pelo método sistemático



E nesse ponto, a gente pergunta como é que os grupos G_i e G_j vieram a se separar um do outro.

Bom, a separação pode ter ocorrido logo no primeiro passo do método, quando a gente descobriu (por exemplo) que

$$G_i \xrightarrow{a} F \qquad G_j \xrightarrow{a} NF$$

Ou então, a separação pode ter acontecido no segundo passo do método, quando a gente descobriu (por exemplo) que

$$G_i \xrightarrow{a} A_1 \xrightarrow{b} F \qquad G_j \xrightarrow{a} A_3 \xrightarrow{b} NF$$

Ou então, a separação pode ter acontecido no terceiro passo do método, quando a gente descobriu (por exemplo) que

$$G_i \xrightarrow{a} A_1 \xrightarrow{b} B_2 \xrightarrow{a} F \qquad G_j \xrightarrow{a} A_3 \xrightarrow{b} B_1 \xrightarrow{a} F$$

E por aí vai ...

Quer dizer, quando os grupos G_i e G_j são separados pelo método sistemático, nós sempre podemos encontrar uma palavra x que

- leva os estados do grupo G_i para F
- e leva os estados do grupo G_j para NF

— (ou vice-versa)

Essa palavra x é a segunda parte da palavra p que nós estamos montando.

E agora basta repetir o argumento que foi apresentado acima.