

Unicidade do autômato mínimo

Suponha que M_1 e M_2 são dois autômatos mínimos que reconhecem a linguagem L .

Na aula 14, nós vimos que M_1 e M_2 devem ter o mesmo número de estados.

Mas, será que eles são o mesmo autômato?

Ou será que eles podem ser autômatos diferentes?

Vejamos.

De acordo com a definição, dois estados q_i e q_j de um autômato M são equivalentes se, para toda palavra p , nós temos que

ou

$$\begin{aligned} - \quad q_i \xrightarrow[p]{M} \bullet \quad \text{e} \quad q_j \xrightarrow[p]{M} \bullet \\ - \quad q_i \xrightarrow[p]{M} \odot \quad \text{e} \quad q_j \xrightarrow[p]{M} \odot \end{aligned}$$

Isto é, o resultado de uma computação que começa em q_i e uma computação que começa em q_j é sempre o mesmo, para qualquer palavra p .

Mas nós também podemos usar essa definição para estados em autômatos diferentes.

Suponha que q_0 é o estado inicial do autômato M_1 e k_0 é o estado inicial do autômato M_2 .

Então, q_0 e k_0 certamente são equivalentes.

Porque se a palavra p pertence à linguagem L , então

$$- \quad q_0 \xrightarrow[p]{M_1} \odot \quad \text{e} \quad k_0 \xrightarrow[p]{M_2} \odot$$

E se a palavra p não pertence à linguagem L , então

$$- \quad q_0 \xrightarrow[p]{M_1} \bullet \quad \text{e} \quad k_0 \xrightarrow[p]{M_2} \bullet$$

Além disso, k_0 não pode ser equivalente a nenhum outro estado de M_1 , pois os outros estados de M_1 não são equivalentes a q_0 .

Da mesma forma, q_0 não pode ser equivalente a nenhum outro estado de M_2 .

Certo.

Agora, suponha que a leitura do símbolo a em M_1 a partir do estado q_0 leva o autômato para o estado q_1 .

E que a leitura do símbolo a em M_2 a partir do estado k_0 leva o autômato para o estado k_1 .

Então, os estados q_1 e k_1 também são equivalentes.

Vejamos porque.

Suponha que p é uma palavra qualquer, e considere a palavra $p' = ap$.

Então, se p' pertence à linguagem L , nós temos que

$$- \quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow[p]{M_1} \odot \quad \text{e} \quad k_0 \xrightarrow{a} k_1 \xrightarrow[p]{M_2} \odot$$

E se p' não pertence à linguagem L , nós temos que

$$- \quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow[p]{M_1} \bullet \quad \text{e} \quad k_0 \xrightarrow{a} k_1 \xrightarrow[p]{M_2} \bullet$$

Além disso, k_1 não pode ser equivalente a nenhum outro estado de M_1 .

E q_1 não pode ser equivalente a nenhum outro estado de M_2 .

Legal.

Raciocinando dessa maneira, é possível associar os estados de M_1 e M_2 (de maneira única) em pares (q_i, k_i) onde q_i e k_i são estados equivalentes.

Não apenas isso, mas também

$$- \quad q_i \xrightarrow{a} q_j \quad \text{sse} \quad k_i \xrightarrow{a} k_j$$

e

$$- \quad q_i \xrightarrow{b} q_j \quad \text{sse} \quad k_i \xrightarrow{b} k_j$$

Ou seja, os autômatos M_1 e M_2 possuem basicamente os mesmos estados e o mesmo diagrama de transições.

Logo, M_1 e M_2 são o mesmo autômato! :)