

Uma linguagem não regular

Claro, o nosso autômato tem um defeito.

Mas o ponto é que todos os autômatos tem esse defeito.

Quer dizer, não existe nenhum autômato finito que reconhece a linguagem $a^n b^n$.

Porque?

Bom, intuitivamente a gente já sabe porque — (*i.e., os autômatos não conseguem contar*)

Mas agora, a gente vai fazer um raciocínio mais preciso.

Imagine que M é um autômato qualquer — (*i.e., um autômato que a gente não sabe qual é ...*)

E imagine que o autômato M reconhece a linguagem $a^n b^n$ — (*para a gente chegar em uma contradição*)

Como M é um autômato finito, ele possui uma quantidade finita k de estados.

Agora, imagine que a gente dá a seguinte palavra para o autômato M

$$\underbrace{a\,a\,a\,\dots\,a\,a\,a}_{k+1}\;\underbrace{b\,b\,b\,\dots\,b\,b\,b}_{k+1}\;\longrightarrow\;\boxed{M}$$

Bom, nesse caso acontecem duas coisas

- i. o autômato vai responder SIM — (*porque a palavra pertence à linguagem $a^n b^n$*)
- ii. o autômato vai passar duas vezes pelo mesmo estado, durante a leitura do bloco de a 's — (*porque?*)

A seguir, a gente olha para a coisa em mais detalhe

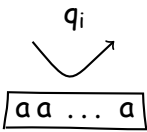
$$\begin{array}{ccccc} a & a & \dots & | & a & a & \dots & a & | & a & \dots & a & a \\ & & & & \uparrow & & & & \uparrow & & & & \\ & & & & q_i & & & & q_i & & & & \end{array}$$

Quer dizer, aqui a gente colocou em foco dois momentos em que o autômato estava no mesmo estado — (*durante a leitura do bloco de a 's*)

Daí, a gente modifica o esquema assim

$$\begin{array}{ccccc} a & a & \dots & \boxed{a & a & \dots & a} & a & \dots & a & a \\ & & & \uparrow & & & \uparrow & & & & \\ & & & q_i & & & q_i & & & & \end{array}$$

para ver que existe um bloco de a 's de um certo tamanho que leva o autômato de q_i de volta para q_i — (*um loop ...*)



E agora, a gente já pode enganar o autômato M .

Quer dizer, basta duplicar esse bloco de a 's — (*mantendo o restante da palavra original*)

$$\begin{array}{ccccc} a & a & \dots & \boxed{a & a & \dots & a} & \boxed{a & a & \dots & a} & \dots & a & a \\ & & & \uparrow & & & \uparrow & & & & \uparrow & & \\ & & & q_i & & & q_i & & & & q_i & & \end{array}$$

O ponto é que no fim do segundo bloco de a 's (em destaque) o autômato “já esqueceu” que ele viu o primeiro bloco — (*porque ele está no estado q_i outra vez ...*)

Daí, o restante da computação acontece de maneira igual — (*porque?*)

E o autômato M responde SIM no final.

Só que, a palavra não pertence à linguagem $a^n b^n$.

Logo, nós temos uma contradição.

Logo, não existe autômato M que reconhece a linguagem $a^n b^n$.

Logo, a linguagem $a^n b^n$ não é regular.