

A linguagem PAL

Todo mundo sabe que um *palíndromo* é uma palavra (ou frase) que é a mesma coisa quando lida nas duas direções

ana,      osso,      reviver,      a sacada da casa,      o galo ama o lago,      etcte

No mundo dos a’s e b’s, os palíndromos são assim

a,      bab,      aabaa,      baabbaab,      etcte

Essa é a linguagem PAL.

E a seguir, nós vamos mostrar que ela não é regular.

Mais uma vez, a linguagem não tem um padrão bem definido.

E a esperteza é concentrar a atenção nas palavras da forma

$$\underbrace{aaa \dots aaa}_x \, b \, \underbrace{aaa \dots aaa}_x$$

Agora, imagine que o autômato M reconhece a linguagem PAL.

E imagine que M tem  $k$  estados.

Daí, a gente aplica o nosso truque

$$\underbrace{aaa \dots aaa}_{k+1} \, b \, \underbrace{aaa \dots aaa}_{k+1} \quad \longrightarrow \quad \boxed{M}$$

Aqui, nós sabemos duas coisas

- i. o autômato vai responder SIM — (*porque?*)
- ii. o autômato vai passar duas vezes pelo mesmo estado, durante a leitura do bloco de a’s — (*porque?*)

Colocando o loop em foco, a gente vê o seguinte

$$\begin{array}{c} \ell \text{ símbolos} \\ aaa \dots \boxed{aa \dots a} a \dots aa \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ q_i \qquad \qquad q_i \end{array}$$

Isso significa que o autômato também aceita a palavra

$$\begin{array}{c} \text{bombeando } \ell \text{ a's} \\ \Downarrow \\ \underbrace{aaa \dots \boxed{a \dots a}}_{k+1+\ell} \dots \underbrace{aaa \, b \, aaa \dots aaa}_{k+1} \end{array}$$

Só que, a palavra  $a^{k+1+\ell} b a^{k+1}$  não está na linguagem PAL.

Logo, nós temos uma contradição.

Logo, a linguagem PAL não é regular.