

PAL, BAL e DOB

Nós já conhecemos o padrão recursivo da linguagem PAL:

- existem 4 blocos básicos: **aa**, **bb**, **a**, **b**
- e as palavras mais complexas são obtidas inserindo um bloco no meio de outro bloco

As regras abaixo implementam esse procedimento de construção recursiva

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a S a \mid b S b \\ S &\rightarrow aa \mid bb \mid a \mid b \mid e \end{aligned}$$

A linguagem BAL é semelhante, mas

- ela possui apenas 2 blocos básicos: **ab** e **ba**
- e ela também envolve o padrão repetitivo

Isso nos leva à seguinte gramática

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a S b \mid b S a \mid S S \\ S &\rightarrow ab \mid ba \mid e \end{aligned}$$

Mas, pensando de maneira diferente, nós também podemos chegar à seguinte gramática

$S \rightarrow aB$	$A \rightarrow a$	$B \rightarrow b$
$S \rightarrow bA$	$A \rightarrow aS$	$B \rightarrow bS$
$S \rightarrow e$	$A \rightarrow BAA$	$B \rightarrow ABB$

(*Você consegue ver que essa gramática também gera a linguagem BAL?*)

(*Você consegue explicar porque?*)

A seguir, nós vamos considerar a seguinte linguagem

DOB = palavras onde um dos símbolos aparece o dobro de vezes que o outro

Para obter a gramática que gera a linguagem DOB, nós começamos quebrando o problema

$$\text{DOB} = \text{DOB-a} \cup \text{DOB-b}$$

onde DOB-a (DOB-b) é o conjunto das palavras onde o número de a's (b's) é o dobro do número de b's (a's).

Daí, a ideia é que nós vamos ter a regra

$$S \rightarrow S_1 \mid S_2$$

onde a variável S_1 produz as palavras de DOB-a e S_2 produz as palavras de DOB-b.

Agora basta construir a gramática de DOB-a — pois a gramática de DOB-b é análoga.

Vejamos.

As palavras mais simples de DOB-a são

$$a a b, \quad a b a, \quad b a a, \quad (\text{além da palavra vazia } e)$$

e isso já nos dá os blocos básicos da construção recursiva.

Em seguida, nós observamos que existem dois lugares onde um bloco pode ser inserido dentro de outro bloco

a.....a b	a a.....b
aab	aab

Isso corresponde às seguintes regras de substituição

$$S \rightarrow a S ab \mid aa S b$$

Mas, nós também podemos inserir dois blocos no interior de um único bloco

$$\begin{array}{cc} a.....a.....b \\ aab \quad aab \end{array}$$

o que corresponde à regra

$$S \rightarrow a S a S b$$

Finalmente, nós observamos que a linguagem DOB-a também envolve o padrão repetitivo, que é implementado pela regra

$$S \rightarrow S S$$

Abaixo nós temos a gramática completa de DOB-a

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a S a S b \mid a S b S a \mid b S a S a \\ S &\rightarrow S S \\ S &\rightarrow aab \mid aba \mid baa \mid e \end{aligned}$$

É possível reduzir o número de regras da gramática da seguinte maneira

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a S a S b S \mid a S b S a S \mid b S a S a S \\ S &\rightarrow e \end{aligned}$$

(*Você consegue ver?*)