

Gramáticas e autômatos de pilha

Como se pode imaginar, a relação entre as gramáticas e os autômatos de pilha é um pouco mais complicada.

E na aula de hoje nós vamos ver apenas o lado mais fácil da história:

- O fato de que toda linguagem gerada por uma *gramática livre de contexto* pode ser reconhecida por um *autômato de pilha*.

Quer dizer, as gramáticas que nós temos encontrado até o momento também tem uma restrição:

→ O lado esquerdo da regra sempre contém apenas uma variável (e nenhum outro símbolo)

As gramáticas que satisfazem essa condição são conhecidas como gramáticas *livres de contexto*^a.

Mas, o lado direito das regras pode ter qualquer formato.

E é isso o que complica as coisas ...

Nós vamos começar examinando um caso que ainda não envolve grandes problemas.

Considere a regra

$$A \rightarrow aaBba$$

Caso não houvesse o fragmento **ba** no final do lado direito, nós poderíamos interpretá-la como a transição de **q_A** para **q_B** em um autômato que lê o fragmento **aa** na palavra de entrada.

Mas desta vez nós estamos trabalhando com os autômatos de pilha.

Então, nós podemos pensar em uma transição que lê o fragmento **aa** e empilha o fragmento **ba**

$$q_A \xrightarrow{aa[e,ba]} q_B$$

Agora, considere o par de regras

$$A \rightarrow aaBba \qquad B \rightarrow bAa$$

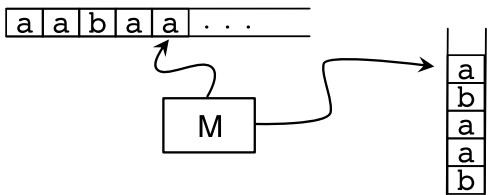
e a seguinte derivação

$$A \Rightarrow aaBba \Rightarrow aa b A a ba \Rightarrow aa b aa B ba a ba$$

A ideia é que essa derivação corresponde ao caminho de computação

$$q_A \xrightarrow{aa[e,ba]} q_B \xrightarrow{b[e,a]} q_A \xrightarrow{aa[e,ba]} q_B$$

que lê a porção inicial **aabaa** da palavra de entrada, e empilha a sequência de símbolos **baaba**.



Nesse ponto, se nós aplicamos a regra

$$B \rightarrow e$$

a derivação chega ao fim

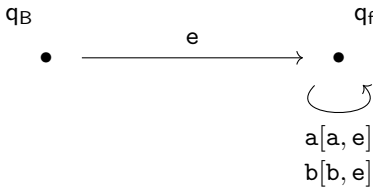
$$A \Rightarrow aaBba \Rightarrow aa b A a ba \Rightarrow aa b aa B ba a ba \Rightarrow aa b aa ba a ba$$

tendo produzido a palavra **aabaabaaba**.

Mas, o autômato de pilha ainda precisa terminar o seu trabalho.

Quer dizer, ele ainda tem uma sequência de símbolos na pilha que precisam ser comparados com o restante da palavra de entrada.

E a ideia aqui é que isso pode ser feito realizando uma transição para um estado final **q_f**



Portanto, se a nossa gramática só contém regras da forma

$$A \rightarrow \alpha B \gamma \qquad B \rightarrow \beta \qquad B \rightarrow e$$

onde α, γ, β são sequências de símbolos, nós sempre podemos converte-la para um autômato de pilha que reconhece a mesma linguagem.

^aO termo *livre de contexto* vem da observação de que uma regra como

$$X \rightarrow aYb$$

permite que você substitua a variável X pelo termo que se encontra no lado direito, não importa onde ela apareça — i.e., em qualquer contexto.