

A linguagem CRESC

Considere a linguagem

$$\text{CRESC} = a^i b^j a^k, \text{ onde } i < j < k$$

Para demonstrar que CRESC não é uma linguagem LC, nós assumimos que m é um número arbitrariamente grande e consideramos a palavra

$$w = a^m b^{m+1} a^{m+2}$$

A seguir, é preciso considerar todas as formas como a palavra w pode ser decomposta em 5 segmentos

$$w = x y z u v$$

Os dois casos abaixo cobrem todas as possibilidades:

caso 1: y (ou u) possui símbolos de mais de um tipo (e.g., $y = a \dots ab \dots b$)

Nesse caso, ao bombear os segmentos y , u nós obtemos uma palavra que não tem o padrão

$$a \dots ab \dots ba \dots a$$

Logo, a palavra $w_2 = xy^2zu^2v$ não pertence a CRESC, e o bombeamento falha nesse caso.

caso 2: y e u são blocos de símbolos do mesmo tipo

Nesse caso, y e u estão contidos em um dos blocos que constituem a palavra w . Por exemplo,

$$w: \begin{array}{ccc} m & m+1 & m+2 \\ \boxed{a \dots a} & \boxed{b \dots b} & \boxed{a \dots a} \\ y & u & \end{array} \quad w: \begin{array}{ccc} m & m+1 & m+2 \\ \boxed{a \dots a} & \boxed{b \dots b} & \boxed{a \dots a} \\ & y & u \end{array}$$

Dessa vez, é preciso um pouco mais de cuidado, e nós vamos considerar duas situações em separado.

- Se y e u estão contidos nos dois primeiros blocos da palavra

$$\begin{array}{ccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ y, u & y & u \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ y & u & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ & y, u & \end{array}$$

então o bombeamento de y, u quebra o padrão crescente dos tamanhos dos 3 blocos de w (basta acrescentar um símbolo a um dos blocos e manter o bloco à sua direita inalterado para isso ocorrer)

- Se y ou u estão contidos no último bloco da palavra

$$\begin{array}{ccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ & u & y \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ & & y, u \end{array}$$

então a remoção de y, u quebra o padrão crescente dos tamanhos dos 3 blocos de w (basta remover um símbolo de um dos blocos e manter o bloco à sua esquerda inalterado para isso ocorrer)

Ou seja, o bombeamento falha também no caso 2.

Finalmente, como o bombeamento falha em todos os casos, nós podemos concluir que a linguagem CRSC não é LC.